

二层流体中圆弧型贯底式防波堤的绕射波浪力*

翟振峰, 黄华, 詹杰民, 张敖

(中山大学工学院应用力学与工程系, 广东 广州 510275)

摘要: 基于二层流体的水波绕射理论, 应用特征函数展开法, 推导了圆弧型贯底式防波堤对二层流体中的表面波与内波绕射的波势解, 并据此解析计算了作用于防波堤的波浪力和力矩。计算结果表明: 二层流体中表面波与内波对防波堤的无量纲最大波浪载荷的影响可以具有相同量级。而波浪入射角度、二层流体密度比、海况条件以及防波堤几何条件等的变化对绕射波浪作用均存在一定的影响, 且表面波与内波作用的变化规律存在一定差异。二层流体中表面波作用因内波的干扰而有别于均匀海表面波的对应结果。

关键词: 圆弧型贯底式防波堤; 二层流体; 表面波与内波; 特征函数展开法; 波浪绕射

中图分类号: O353 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2018)03-0135-08

The diffracted wave forces on arc-shaped bottom-mounted breakwater in two-layer fluid

ZHAI Zhenfeng, HUANG Hua, ZHAN Jiemin, ZHANG Ao

(Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Based on the wave diffraction theory in the two-layer fluid, and with the use of eigenfunction method, the wave potentials of ocean surface wave and internal wave diffraction in two-layer fluid caused by arc-shaped bottom-mounted breakwater are derived, and accordingly the wave forces and moments on breakwater are analytically calculated. The result shows that in two-layer fluid, the maximum dimensionless wave loads caused respectively by surface wave and internal wave may have the same order of magnitude. The relative variation of incident wave angle, two layer fluid density ratio, sea water condition and breakwater structure geometry condition may have some influence on diffracted wave effects, and there are some differences between the variation of surface wave effect and that of internal wave effect. Because of interference from internal wave, the diffracted effects of surface wave in two fluid are different from that of surface wave in uniform ocean.

Key words: arc-shaped bottom-mounted breakwater; two-layer fluid; surface wave and internal wave; eigenfunction expansion approach; wave diffraction

防波堤作为一种抵御波浪荷载的重要海工结构, 广泛用于对海岸与近岸的各种海工设施以及各类水运作业的防护。同时, 与之相关的波浪作用问题也得到了广泛地关注, 各种研究理论迅速发展。

Wiegel^[1]最早展开对薄壁固立防波堤波浪绕射问题的理论研究。Losada等^[2]运用特征函数展开法计算了有限水深对垂直薄板型防波堤的波浪荷载作用。Williams^[3]应用特征函数展开法对分离式防波

* 收稿日期: 2017-07-28

基金项目: 广东省协同创新与平台环境建设专项(2014B090904066); 广东省公益研究与能力建设专项(2016A010104006)

作者简介: 翟振峰(1989年生), 男; 研究方向: 水波动力学; E-mail: 82587083@qq.com

通信作者: 黄华(1961年生), 男; 研究方向: 水波动力学; E-mail: tsyh1982@163.com

堤周围的绕射波浪场进行了解析求解和计算。程建生等^[4]和楚玉川等^[5]分别采用均匀海微幅波模型解析研究了圆弧贯底式防波堤的防浪效果与波浪载荷问题。

部分近海区域的一些海洋流域中可能存在一定的海水层化现象, 二层流体模型是层化海水中最基本和常用的模型之一。例如: 海洋水表面受阳光照射使表层升温, 在一定深度水层以下水温不再升高形成温度突变的跃变层, 该层面在上下方向的微小扰动作用下微小密度差可使水体浮力变化而诱发该层面波动, 形成二层流体的海水内波。内波在行进过程中可能携带大量的能量, 从而构成了对该流域内水下结构的有别于均匀海表面波的一种潜在危险。吴建华等^[6-8]首先提出了大尺度物体在层化海洋中绕射和散射问题的一般性理论。尤云翔等^[9]进一步应用解析方法研究了两层流体海水中大直径密实圆柱的水动力作用问题。付静等^[10-11]分别对二层流体海水中孤立透空单圆柱与双圆柱的水波绕射问题进行了理论分析。黄华等^[12]对作用于二层流体中大直径透空圆环柱的海水波浪荷载和波浪渗流载荷进行了同步的解析计算与比较, 强调了不可忽视的内波作用。朱梦华等^[13]将二层流体模型应用于对无限长直立防波堤所受海水表面波和内波作用的解析研究。

本文对现有的均匀海水中的圆弧型贯底式防波堤的微幅波绕射理论加以推广拓展, 引入二层流体海水模式, 应用特征函数展开法, 解析研究了表面波与内波并存条件下波浪对圆弧型防波堤的绕射作用问题, 说明了内波作用的重要性。与已有的二层流体中单一圆柱绕射解结果的对比验证了本文解析方法的正确性。本文结果表明: 圆弧型防波堤的绕射参数、张角、半径、水波入射角和防波堤几何条件的变化对波浪作用均有一定影响, 而二层流体密度比等海况条件的相对变化对表面波和内波的波载幅值也存在一定的影响。研究结果对层化海水中圆弧型防波堤的实际设计与应用具有一定的参考意义。

1 二层流体中的圆弧防波堤的绕射波浪场求解

设在水深为 d 的海域中存在二层流体, 上层和下层海水密度分别为 ρ_1 和 ρ_2 , 厚度分别为 h_1 和 h_2 。固立于海水中的圆弧型贯底式防波堤半径为 a , 其平面位置如图 1 所示。取坐标系 oxy (即坐标系 $o\theta z$), oxy 平面位于水底, 原点位于圆弧防波堤的

圆心处, 定义 ox 轴使防波堤位于 $\theta = \alpha$ 至 $\theta = 2\pi - \alpha$, 防波堤对应圆心角为 $\gamma = 2\pi - 2\alpha$, oz 轴垂直向上。入射波为二层流体中的 Airy 微幅波, 入射角 (来波方向与正 x 轴的夹角) 为 β 。以 a 为半径划一圆柱面, 可将流场划分为圆柱外流区域 Ω_0 和圆柱内流区域 Ω_1 。

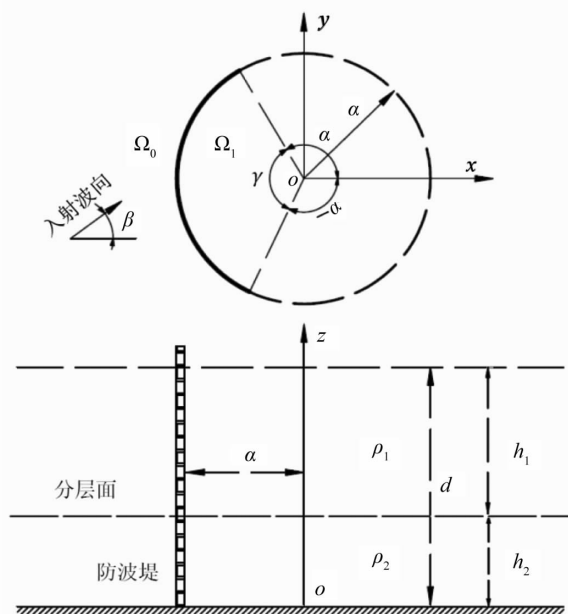


图 1 二层流体中的圆弧型贯底式防波堤

Fig. 1 Arc-shaped bottom-mounted breakwater in two-layer fluid

防波堤为水下大尺度结构, 海水可视为无粘的不可压缩且运动无旋的理想势流, 波浪与结构相互作用问题的研究可采用波浪绕射理论。设对应流域 $\Omega_j (j = 0, 1)$ 的微幅波入射波势为 $\Phi_i^{\pm(j)}$, 散射波势为 $\Phi_s^{\pm(j)}$, 总波势为 $\Phi^{\pm(j)}$, 对应绕射波势的边值问题的一般提法为:

$$\Phi^{\pm(j)} = \text{Re}(\varphi^{\pm(j)}),$$

$$\varphi^{\pm(j)} = \varphi_i^{\pm} + \varphi_s^{\pm(j)} \quad (j = 0, 1) \quad (1)$$

$$\nabla^2 \varphi^{\pm(j)} = 0 (\Omega_0, \Omega_1) \quad (2)$$

$$g \frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} - \omega_{\pm}^2 \varphi^{\pm(j)} = 0 (z = d) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi^{\pm(0)}}{\partial r} = \frac{\partial \varphi^{\pm(1)}}{\partial r} = 0$$

$$(r = a, \alpha \leq \theta \leq 2\pi - \alpha) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi^{\pm(0)}}{\partial r} = \frac{\partial \varphi^{\pm(1)}}{\partial r}$$

$$(r = a, 0 \leq \theta \leq 2\pi) \quad (5)$$

$$\varphi^{\pm(0)} = \varphi^{\pm(1)}$$

$$(r = a, 0 \leq \theta \leq \alpha, 2\pi - \alpha \leq \theta \leq 2\pi) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} = 0 (z = 0) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} \Big|_{z=h_2+0} = \frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} \Big|_{z=h_2-0} \quad (8)$$

$$\rho_1 \left[g \frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} - \omega_{\pm}^2 \varphi^{\pm(j)} \right]_{z=h_2+0} = \rho_2 \left[g \frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} - \omega_{\pm}^2 \varphi^{\pm(j)} \right]_{z=h_2-0} \quad (9)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} \left(\frac{\partial \varphi_s^{\pm(0)}}{\partial r} - ik \varphi_s^{\pm(0)} \right) = 0 \quad (10)$$

式(1) - (10)中, φ^+ 和 φ^- 分别为表面波势和内波势。式(8) - (9)为二层流体分界面条件。式(10)为表面波与内波的辐射条件。另, k 为入射波波数, 且满足以下色散关系:

$$\omega_{\pm}^2 = gk(T_1 + T_2) \pm \sqrt{(T_1 + T_2)^2 - 4(1 - \lambda)T_1T_2(1 + \lambda T_1T_2)} / 2(1 + \lambda T_1T_2) \quad (11)$$

式中, $T_1 = \tanh(kh_1)$, $T_2 = \tanh(kh_2)$, $\lambda = \rho_1/\rho_2$ 。 ω_+ 和 ω_- 分别为表面波和内波波频。对于二层流体, 微幅波入射波势可表达为:

$$\Phi_i^{\pm} = \text{Re}(\varphi_i^{\pm}),$$

$$\varphi_i^{\pm} = -\frac{igA_{\pm}}{\omega_{\pm}} Z_{\pm}(z) e^{-i\omega_{\pm}t} e^{ikr \cos(\theta - \beta)} = -\frac{igA_{\pm}}{\omega_{\pm}} Z_{\pm}(z) e^{-i\omega_{\pm}t} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n J_n(kr) \cos(n\theta) \cos(n\beta) + \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n J_n(kr) \sin(n\theta) \sin(n\beta) \right] \quad (12)$$

式中, $\beta_n = (2 - \delta_{n0})i^n$, A_+ 和 A_- 分别为对应 ω_+ 和 ω_- 的自由面波幅。另有:

$$Z_{\pm}(z) = \begin{cases} \cosh[k(z-d)] + T_{\pm}(k) \sinh[k(z-d)], & h_2 \leq z \leq d \\ E_{\pm}(k) \cosh(kz), & 0 \leq z \leq h_2 \end{cases} \quad (13)$$

$$E_{\pm}(k) = \frac{T_{\pm}(k) \cosh(kh_1) - \sinh(kh_1)}{\sinh(kh_2)} \quad (14)$$

依据式(12), 应用特征函数展开法可取总波势为:

$$\varphi^{\pm(0)} = \varphi_i^{\pm} + \varphi_s^{\pm(0)} = -\frac{igA_{\pm}}{\omega_{\pm}} Z_{\pm}(z) e^{-i\omega_{\pm}t} \sum_{n=0}^{\infty} \{ [\beta_n \cos(n\beta) J_n(kr) + A_n^{\pm(0)} H_n^{(1)}(kr)] \cos(n\theta) + [\beta_n \sin(n\beta) J_n(kr) + B_n^{\pm(0)} H_n^{(1)}(kr)] \sin(n\theta) \} \quad (15)$$

$$\varphi^{\pm(1)} = -\frac{igA_{\pm}}{\omega_{\pm}} Z_{\pm}(z) e^{-i\omega_{\pm}t}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{\pm(1)} \cos(n\theta) + B_n^{\pm(1)} \sin(n\theta)] J_n(kr) \quad (16)$$

其中, $J_n(x)$ 和 $H_n^{(1)}(x)$ 分别表示 n 阶第一类 Bessel 函数和第一类 Hankel 函数。 $A_n^{\pm(0)}$ 、 $A_n^{\pm(1)}$ 、 $B_n^{\pm(0)}$ 和 $B_n^{\pm(1)}$ 为待定系数且设定 $B_n^{\pm(0)} = B_n^{\pm(1)} = 0$ 。

由边界条件式(5), 可得:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \{ [\beta_n \cos(n\beta) J'_n(ka) + A_n^{\pm(0)} H_n^{(1)'}(ka)] \cos(n\theta) + [\beta_n \sin(n\beta) J'_n(ka) + B_n^{\pm(0)} H_n^{(1)'}(ka)] \sin(n\theta) \} = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{\pm(1)} \cos(n\theta) + B_n^{\pm(1)} \sin(n\theta)] J'_n(ka) \quad (17)$$

对于(17)式, 根据函数 $\{\cos(n\theta), 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ 和 $\{\sin(n\theta), 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ 的正交性, 在式(17)两边都乘以 $\cos(m\theta)$ 和 $\sin(m\theta)$ 并在区间 $0 \sim 2\pi$ 上积分 θ 可得:

$$\beta_m \cos(m\beta) J'_m(ka) + A_m^{\pm(0)} H_m^{(1)'}(ka) = A_m^{\pm(1)} J'_m(ka) \quad (m = 0, 1, \dots) \quad (18)$$

$$\beta_m \sin(m\beta) J'_m(ka) + B_m^{\pm(0)} H_m^{(1)'}(ka) = B_m^{\pm(1)} J'_m(ka) \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (19)$$

现定义函数 $f^{\pm}(\theta)$ 如下:

$$f^{\pm}(\theta) = \begin{cases} f_1^{\pm}(\theta), & 0 \leq \theta \leq \alpha, \\ 2\pi - \alpha \leq \theta \leq 2\pi & = 0 \\ f_2^{\pm}(\theta), & \alpha \leq \theta \leq 2\pi - \alpha \end{cases} \quad (20)$$

式中,

$$f_1^{\pm}(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \{ [\beta_n \cos(n\beta) J_n(ka) + A_n^{\pm(0)} H_n^{(1)}(ka)] \cdot \cos(n\theta) + [\beta_n \sin(n\beta) J_n(ka) + B_n^{\pm(0)} H_n^{(1)}(ka)] \cdot \sin(n\theta) \} - \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{\pm(1)} \cos(n\theta) + B_n^{\pm(1)} \sin(n\theta)] \cdot J_n(ka) = 0 \quad (0 \leq \theta \leq \alpha, 2\pi - \alpha \leq \theta \leq 2\pi) \quad (21)$$

$$f_2^{\pm}(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{\pm(1)} \cos(n\theta) + B_n^{\pm(1)} \sin(n\theta)] k J'_n(ka) = 0 \quad (\alpha \leq \theta \leq 2\pi - \alpha) \quad (22)$$

式(21) - (22)分别由内外流域圆弧分界面条件(5) - (6)式所得。将式(20)在 $0 \sim 2\pi$ 上进行傅里叶级数展开, 可有:

$$f^{\pm}(\theta) = \frac{a_0^{\pm}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} [(a_m^{\pm} \cos(m\theta) + b_m^{\pm} \sin(m\theta))] = 0 \quad (23)$$

由 $a_m^\pm = b_m^\pm = 0$, 可得:

$$\left(\int_0^\alpha + \int_{2\pi-\alpha}^{2\pi} \right) \cos(m\theta) f_1^\pm(\theta) d\theta + \int_\alpha^{2\pi-\alpha} f_2^\pm(\theta) \cos(m\theta) d\theta = 0$$

$$(m = 0, 1, \dots) \quad (24)$$

$$\left(\int_0^\alpha + \int_{2\pi-\alpha}^{2\pi} \right) \sin(m\theta) f_1^\pm(\theta) d\theta + \int_\alpha^{2\pi-\alpha} f_2^\pm(\theta) \sin(m\theta) d\theta = 0$$

$$(m = 1, 2, \dots) \quad (25)$$

相应地有:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \cos(n\beta) J_n(ka) I_{nm}^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{\pm(0)} H_n^{(1)}(ka) I_{nm}^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{\pm(1)} [kJ'_n(ka) I_{nm}^{(2)} - J_n(ka) I_{nm}^{(1)}] = 0$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots) \quad (26)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \sin(n\beta) J_n(ka) I_{nm}^{(3)} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{\pm(0)} H_n^{(1)}(ka) I_{nm}^{(3)} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{\pm(1)} [kJ'_n(ka) I_{nm}^{(4)} - J_n(ka) I_{nm}^{(3)}] = 0$$

$$(m = 1, 2, \dots) \quad (27)$$

式中,

$$\begin{cases} I_{nm}^{(1)} = \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos(m\theta) \cos(n\theta) d\theta, \\ I_{nm}^{(2)} = \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \cos(m\theta) \cos(n\theta) d\theta, \\ I_{nm}^{(3)} = \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin(m\theta) \sin(n\theta) d\theta, \\ I_{nm}^{(4)} = \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} \sin(m\theta) \sin(n\theta) d\theta \end{cases} \quad (28)$$

再将式 (18) - (19) 分别代入式 (26) - (27), 可得:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \cos(n\beta) [J_n(ka) I_{nm}^{(1)} + J'_n(ka) E_{nm}^{(1)}] + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{\pm(0)} [H_n^{(1)}(ka) I_{nm}^{(1)} + H_n^{(1)'}(ka) E_{nm}^{(1)}] = 0$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots) \quad (29)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \sin(n\beta) [J_n(ka) I_{nm}^{(3)} + J'_n(ka) E_{nm}^{(2)}] + \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{\pm(0)} [H_n^{(1)}(ka) I_{nm}^{(3)} + H_n^{(1)'}(ka) E_{nm}^{(2)}] = 0$$

$$(m = 1, 2, \dots) \quad (30)$$

式中,

$$\begin{cases} E_{nm}^{(1)} = kI_{nm}^{(2)} - \frac{J_n(ka)}{J'_n(ka)} I_{nm}^{(1)} \\ E_{nm}^{(2)} = kI_{nm}^{(4)} - \frac{J_n(ka)}{J'_n(ka)} I_{nm}^{(3)} \end{cases} \quad (31)$$

式 (29) - (30) 分别构成了待定系数 $A^{\pm(0)}$ 和 $B^{\pm(0)}$ 的无限维联立代数方程组, 其中已取 $B^{\pm(0)} = B^{\pm(1)} = 0$ 。实算中进行适度有限维运算即可满足计算精度要求。进一步由式 (18) - (19) 即可求解待定系数 $A^{\pm(1)}$ 和 $B^{\pm(1)}$ 。

在二层流体海水中, 防波堤绕射波浪场所致动压分布为:

$$P^{\pm(j)} = -\rho \frac{\partial \Phi^{\pm(j)}}{\partial t} = \text{Re}(p^{\pm(j)})$$

$$(j = 0, 1) \quad (32)$$

式中,

$$p^{\pm(0)} = \rho g A_{\pm} Z_{\pm}(z) e^{-i\omega_{\pm} t} \sum_{n=0}^{\infty} \{ [\beta_n \cos(n\beta) J_n(kr) + A_n^{\pm(0)} H_n^{(1)}(kr)] \cos(n\theta) + [\beta_n \sin(n\beta) J_n(kr) + B_n^{\pm(0)} H_n^{(1)}(kr)] \sin(n\theta) \}$$

$$(B_0^{\pm(0)} = 0) \quad (33)$$

$$p^{\pm(1)} = \rho g A_{\pm} Z_{\pm}(z) e^{-i\omega_{\pm} t} \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{\pm(1)} \cos(n\theta) + B_n^{\pm(1)} \sin(n\theta)] J_n(kr)$$

$$(B_0^{\pm(1)} = 0) \quad (34)$$

对应圆弧型贯底式防波堤的表面波与内波波浪力及力矩算式分别为:

$$f_x^\pm = - \int_0^d dz \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} [P^{\pm(0)} - P^{\pm(1)}] |_{r=a} a \cos\theta d\theta$$

$$= \text{Re}(f_x^\pm) \quad (35)$$

$$f_y^\pm = - \int_0^d dz \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} [P^{\pm(0)} - P^{\pm(1)}] |_{r=a} a \sin\theta d\theta$$

$$= \text{Re}(f_y^\pm) \quad (36)$$

$$M_x^\pm = - \int_0^d z dz \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} [P^{\pm(0)} - P^{\pm(1)}] |_{r=a} a \cos\theta d\theta$$

$$= \text{Re}(m_x^\pm) \quad (37)$$

$$M_y^\pm = - \int_0^d z dz \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} [P^{\pm(0)} - P^{\pm(1)}] |_{r=a} a \sin\theta d\theta$$

$$= \text{Re}(m_y^\pm) \quad (38)$$

以上各式中, f_x^\pm 和 f_y^\pm 分别为沿 ox 轴和 oy 轴的水平波浪力, M_x^\pm 和 M_y^\pm 分别为绕 ox 轴和 oy 轴的水平波浪力矩, 相应的总波浪力和力矩分别为:

$$f^\pm = \sqrt{(f_x^\pm)^2 + (f_y^\pm)^2} \quad (39)$$

$$M^\pm = \sqrt{(M_x^\pm)^2 + (M_y^\pm)^2} \quad (40)$$

2 算例与分析

为方便计, 在各结果图中将 A^+ 和 A^- 统一用符号 A 表示, 以 ρ 表示上层流体密度 ρ_1 , 最大表面波与内波水平波浪力 f_{\max}^\pm 和力矩 M_{\max}^\pm 分别统一用符号 F (沿 x 和 y 方向力的对应符号为 F_x 和 F_y) 和

M 表示，且分别按因子 $\rho g A a d$ 和 $\rho g A a d^2$ 无量纲化。为了验证本文理论方法结果的可靠性，选取圆弧防波堤的圆心角角度 $\gamma = 2\pi$ ，此时防波堤化为竖直圆柱。将本文结果与文献 [10] 中直立圆柱的水平波浪力及水平波浪力矩进行比较，图 2 为比较结果。图 2 中 $f_1 = F/(\rho_1 g A a d)$ 为最大表面波无量纲水平波浪力， $f_2 = F/(\rho_1 g A a d)$ 为最大内波无量纲水平波浪力； $m_1 = M/(\rho_1 g A a d^2)$ 为最大无量纲表面波水平波浪力矩， $m_2 = M/(\rho_1 g A a d^2)$ 为最大无量纲内波水平波浪力矩。结果表明：在相同条件下两种理论解式所得到的表面波与内波波浪载荷结果均吻合，说明本文应用于二层流体海水中圆弧结构波浪绕射的解析方法是合理可靠的。

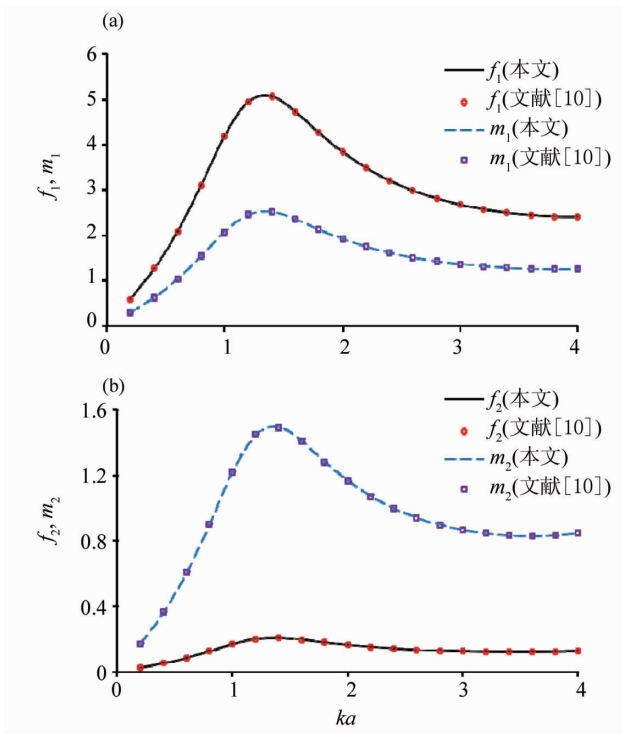


图 2 对圆柱的最大无量纲内波波浪力和波浪力矩的比较 ($\lambda = 0.9, d/a = 1/5, h_1/h_2 = 3/2, \beta = 0, \gamma = 2\pi$)

Fig. 2 The comparison of maximum dimensionless internal wave force and moment on vertical circular cylinder

图 3 为二层流体中不同水波入射角度 β 下防波堤的无量纲波浪力（矩）幅值随参数 kd 的变化状态。结果表明：无量纲表面波波力（矩）幅值均随着参数 kd 先增大后减小，两者变化趋势和形态基本相同。无量纲内波波力幅值随 kd 先增大后减小再增大，而内波力矩幅值随 kd 先增后减，两者变化形态略有差异。无量纲表面波与内波波力（矩）幅值平均而言随 β 的增加而减小，其中水波

正入射下的力（矩）幅值明显大于水波 45° 斜入射下的对应值。由图 3 中 (c) - (d) 可知，在一定条件下，无量纲表面波与内波波力矩幅值可能具有相同量级，说明内波对结构的倾覆作用不容忽视。

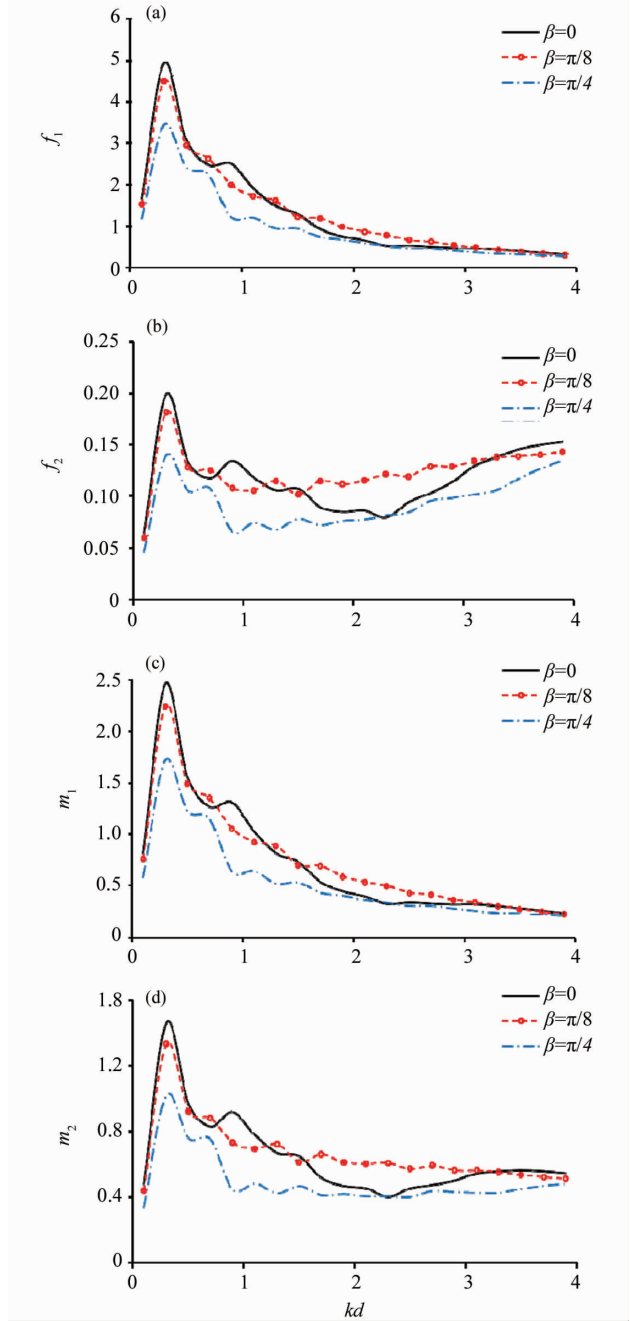


图 3 最大无量纲内波波浪力矩

($\lambda = 0.9, d/a = 1/5, h_1/h_2 = 3/2, \gamma = 2\pi/3$)

Fig. 3 The maximum dimensionless internal wave moment

图 4 为图 3 中波浪力沿 x 和 y 方向的分量幅值随 kd 的变化形态。如图所示， x 方向无量纲表面波与内波波力幅值均随入射角 β 的增大而减小，而

y 方向的对应值均随 β 的减小而减小。当 $kd < 1$ 时, 表面波与内波波力幅值的变化形态相似, 当 $kd > 1$ 时内波力随 β 的变化差别更为明显。

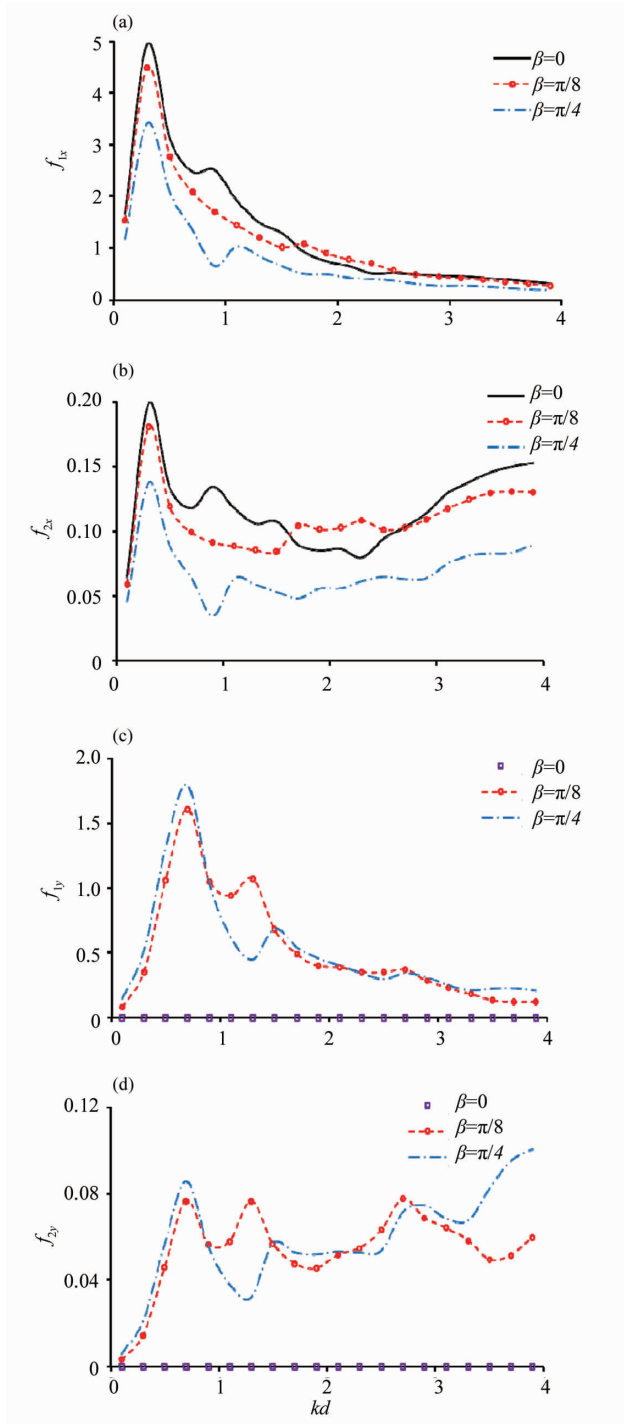


图 4 x, y 方向最大无量纲内波波力
($\lambda = 0.9, d/a = 1/5, h_1/h_2 = 3/2, \gamma = 2\pi/3$)

Fig. 4 The maximum dimensionless internal-wave force in x and y direction

图 5 为二层流体中水波正入射下防波堤的最大无量纲波浪力在不同防波堤张角 γ 下随参数 kd 的

变化趋势。由图可知, 在一定张角取值范围内, 当参数 kd 较小时, 随着防波堤张角 γ 的增大, 无量纲表面波与内波波力幅值均有所增大。而当 $kd > 0.5$ 时, 表面波波力幅值随张角 γ 的变化不大, 而内波波力幅值随 γ 呈交错变化形态。

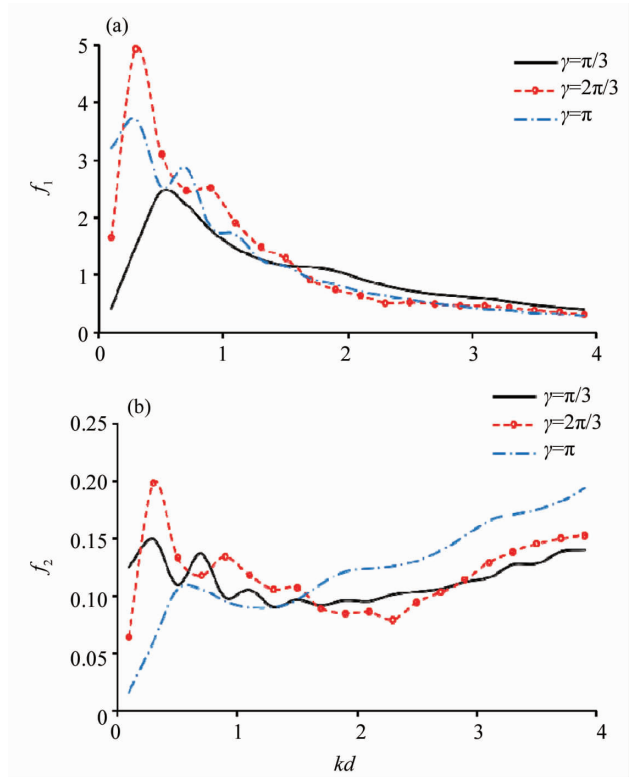


图 5 最大无量纲内波波力

($\lambda = 0.9, d/a = 1/5, h_1/h_2 = 3/2, \beta = 0$)

Fig. 5 The maximum dimensionless internal wave force

图 6 为不同半径水深比下防波堤的无量纲波浪力幅值随参数 kd 的变化趋势。结果表明: 当参数 kd 较小时 ($kd < 0.5$), 随半径水深比的增大, 无量纲表面波波力幅值略有增加, 而内波波力幅值变化不大。当 kd 超过一定值时 ($kd > 0.6$), 随着半径水深比的增大, 无量纲表面波与内波波力幅值平均而言均有所减小。

图 7 为不同二层流体上下层密度比下防波堤最大无量纲波浪力 (矩) 随参数 kd 的变化趋势。结果表明: 无量纲表面波波力幅值随密度比 λ 的增加而微略减小, 而表面波力矩幅值基本不随 λ 而变化。无量纲内波波力幅值受密度比 λ 变化的影响较大, 即随 λ 的减小而明显增加。内波波力矩幅值随 λ 的变化趋势与之相反, 而变化幅度明显减小。由于上下层海水密度比是海水层化的最重要特征参数之一, 所以海水层化性特征参数变

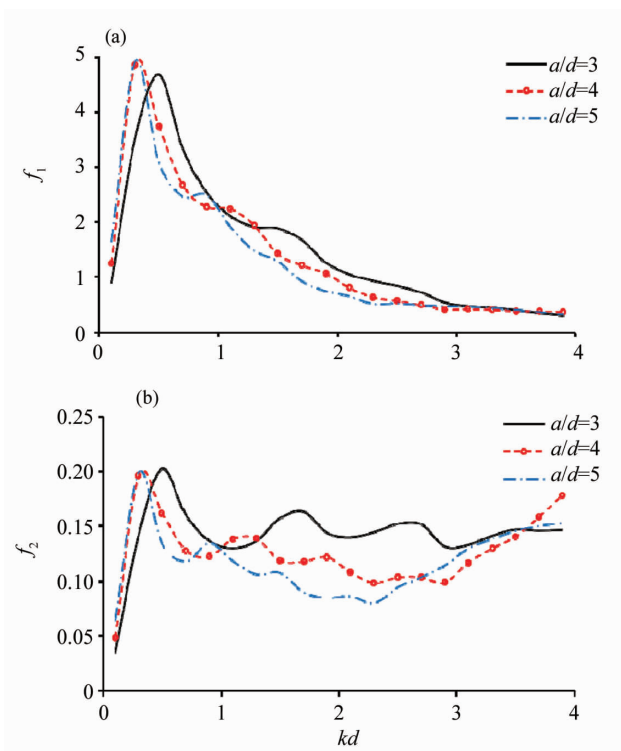


图 6 最大无量纲内波波力

($\lambda = 0.9, h_1/h_2 = 3/2, \beta = 0, \gamma = 2\pi/3$)

Fig. 6 The maximum dimensionless internal wave force

化对内波作用的影响远大于对表面波作用的影响。

4 结 论

基于二层流体的海洋模型及波浪绕射理论，运用特征函数展开法，推导了二层流体海水中圆弧型固立防波堤的水波绕射波浪场的解析解式，并据此对作用于防波堤上的表面波与内波的波浪力（矩）进行了计算与比较，取得以下主要结论：

1) 利用本文的二层流体圆弧型防波堤波浪绕射解式，对张角为 2π 的特殊情形（对应直立圆柱）进行计算，所得最大无量纲波浪力（矩）与文献 [10] 对直柱直接求解计算的结果一致，从而验证了本文理论的正确性。

2) 绕射参数、水波入射角、圆弧型防波堤张角、水深与圆弧半径比以及二层流体的上下层海水密度比等相关参数的变化对表面波与内波的波浪力（矩）幅值均有一定影响。

3) 在一定条件下，作用于防波堤上的无量纲表面波与内波波荷载可能具有相同量级，说明内波对圆弧型防波堤的波浪作用不容忽视。在这类结构的设计与构建中应适当纳入内波影响因子。

4) 海水上下层密度比变化对内波作用的影响远大于对表面波作用的影响，说明海水层化性特征

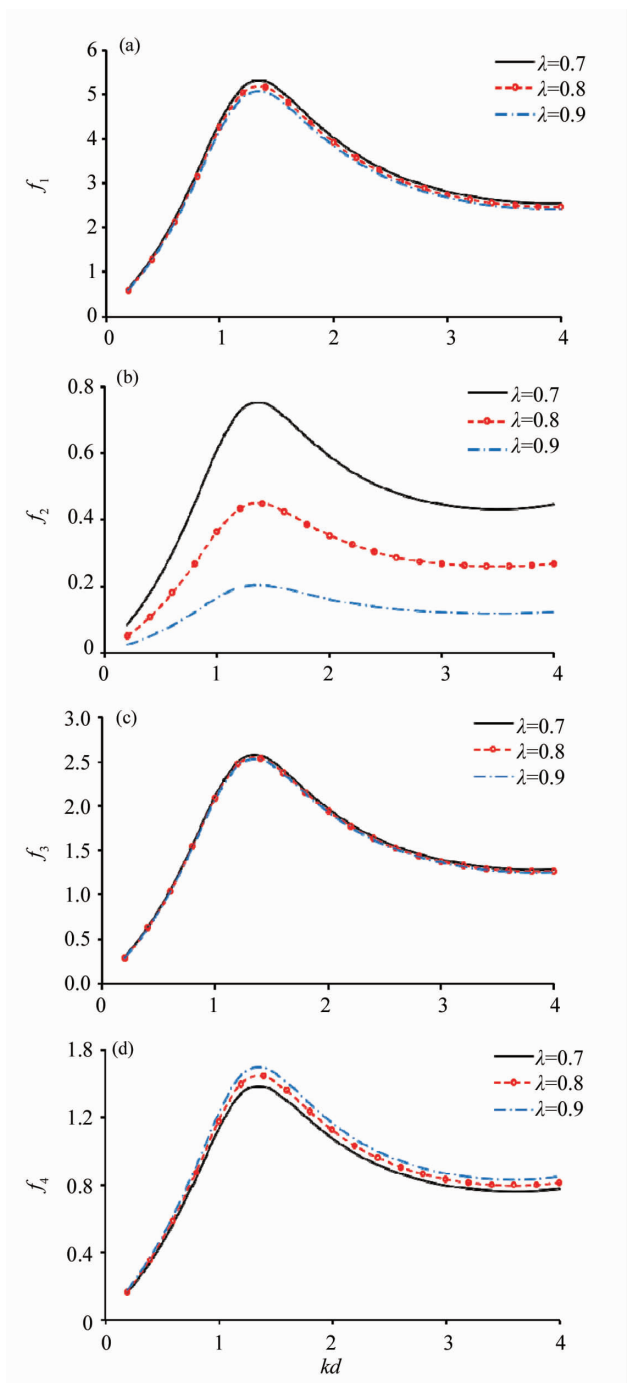


图 7 最大无量纲内波波力矩

Fig. 7 The maximum dimensionless internal wave moment

参数变化对内波影响更为明显。

参考文献：

[1] WIEGEL R L. Diffraction of waves by semi-infinite breakwater [J]. Journal of the Hydraulics Division, 1962, 88(1): 27 - 44.

[2] LOSADA I J, LOSADA M A, ROLDÁN A J. Propagation of oblique incident waves past rigid vertical thin barriers [J]. Applied Ocean Research, 1992, 14(3): 191 -

- 199.
- [3] WILLIAMS A N. Water wave interaction with a floating porous cylinder [J]. *Ocean Engineering*, 2000, 27(1): 1-28.
- [4] 程建生, 缪国平, 王景全, 等. 圆弧型贯底式防波堤防浪效果的解析研究[J]. *船舶力学*, 2008, 12(1): 12-17.
CHENG Jiansheng, MIAO Guoping, WANG Jingquan, et al. Analytical research on the sheltering effect on arc-shaped bottom-mounted breakwaters [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2008, 12(1): 12-17.
- [5] 楚玉川, 程建生, 赵鑫, 等. 圆弧型贯底式防波堤上波浪作用力的解析研究[J]. *水动力学研究与进展 A 辑*, 2014, 29(2): 212-217.
CHU Yuchuan, CHENG Jiansheng, ZHAO Xin, et al. Analytical study on the wave force of arc-shaped bottom-mounted breakwaters [J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 2014, 29(2): 212-217.
- [6] 吴建华, 吴秀恒, 李世谟. 大尺度物体在层化海洋中的波浪绕射和散射理论 (II) 简谐运动 [J]. *水动力学研究与进展*, 1989, 4(3): 105-110.
WU Jianhua, WU Xiuheng, LI Shimo. A theory of wave diffraction and radiation by a large body in stratified ocean (II) boundary element method [J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 1989, 4(3): 105-110.
- [7] 吴建华, 吴秀恒, 李世谟. 大尺度物体在层化海洋中的波浪绕射和散射理论 (III) 边界元方法 [J]. *水动力学研究与进展*, 1990, 5(1): 74-80.
WU Jianhua, WU Xiuheng, LI Shimo. A theory of wave diffraction and radiation by a large body in stratified ocean (III) boundary element method [J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 1990, 5(1): 74-80.
- [8] 吴建华, 吴秀恒, 李世谟. 大尺度物体在层化海洋中的波浪绕射和散射理论 (IV) 本征函数展开方法 [J]. *水动力学研究与进展*, 1991, 6(3): 46-54.
WU Jianhua, WU Xiuheng, LI Shimo. A theory of wave diffraction and radiation by a large body in stratified ocean (IV) the eigen-function expansion method [J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 1991, 6(3): 46-54.
- [9] 尤云祥, 石强, 缪国平. 两层流体中大直径圆柱体的水动作用力 [J]. *上海交通大学学报*, 2005, 39(5): 695-700.
YOU Yunxiang, SHI Qiang, MIAO Guoping. The hydrodynamic forces on a large diameter cylinder in two-layer fluid [J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2005, 39(5): 695-700.
- [10] 付静, 黄华, 朱庆勇. 二层流体中透空大直径桩柱的波浪特性分析 [J]. *中山大学学报 (自然科学版)*, 2008, 47(3): 14-18.
FU Jing, HUANG Hua, ZHU Qingyong. Analytical of wave characteristics on large diameter porous vertical circular cylinder in two-layer ocean [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2008, 47(3): 14-18.
- [11] 付静, 黄华, 詹杰民, 等. 二层海洋中波浪对透空双圆柱的绕射作用分析 [J]. *中山大学学报 (自然科学版)*, 2008, 47(2): 76-80.
FU Jing, HUANG Hua, ZHAN Jiemin, et al. Analytical of wave diffraction by porous multiple vertical cylinders in two-layer ocean [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2008, 47(2): 76-80.
- [12] 黄华, 许箫楠, 詹杰民, 等. 作用于二层海洋中大直径透空圆环墩柱上的波浪渗流力 [J]. *中山大学学报 (自然科学版)*, 2013, 52(5): 6-13.
HUANG Hua, XU Xiaonan, ZHAN Jiemin, et al. Wave-induced seepage forces on the large diameter porous vertical circular annular cylinder in two-layer ocean [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2013, 52(5): 6-13.
- [13] ZHU Menghua, HUANG Hua, ZHAN Jiemin, et al. Wave interaction with porous vertical breakwater in Two-Layer Fluid [C]//The 7th International Conference on Fluid Mechanics. Qingdao: *Procedia Engineering*, 2015: 218-222.